

## 4 Massimo comune divisore e minimo comune multiplo tra monomi

### ● Massimo comune divisore

Consideriamo i due monomi  $4x^2y^3$  e  $\frac{1}{3}xy^2$ .

Diciamo che il monomio  $\frac{1}{3}xy^2$  è un divisore del monomio  $4x^2y^3$  perché la divisione tra  $4x^2y^3$  e  $\frac{1}{3}xy^2$  dà per risultato un monomio.

$\frac{1}{3}xy^2$  non è l'unico divisore del monomio  $4x^2y^3$ ; infatti sono divisori:

- ▶ tutti i numeri reali (escluso lo zero);
- ▶ ogni monomio che contiene le stesse lettere del monomio  $4x^2y^3$ , ma con grado minore o uguale a quello che figura nel monomio stesso, e che ha come coefficiente un qualsiasi numero reale diverso da zero.

Altri monomi divisori di  $4x^2y^3$  sono, ad esempio:  $3$ ,  $4x$ ,  $3xy$ ,  $\frac{4}{3}y^2$ , ...

Dati due o più monomi, vogliamo ora determinare il loro M.C.D., seguendo regole analoghe a quelle che abbiamo studiato per i numeri naturali.

#### Definizione

Si chiama **massimo comune divisore** (M.C.D.) di due o più monomi, non nulli, il monomio di grado massimo che è divisore dei monomi dati.

Per determinare il M.C.D. di due o più monomi si applica la regola seguente.

#### Regola

- ▶ Se i coefficienti sono tutti numeri interi, il M.C.D. ha per coefficiente il M.C.D. dei loro valori assoluti.
- ▶ Se i coefficienti non sono tutti numeri interi, il M.C.D. ha per coefficiente +1.
- ▶ Se i monomi hanno segni diversi, il M.C.D. ha segno positivo.
- ▶ La parte letterale del M.C.D. è il prodotto di tutti i fattori letterali comuni ai monomi dati, presi una sola volta e con il minimo esponente con cui compaiono.



**OSSERVA**  
Due monomi sono primi tra loro se il loro M.C.D. è 1.

#### ESEMPIO

Determiniamo il M.C.D. dei seguenti monomi:  $15x^2y^3z$ ;  $10xy^4$ .

- ▶  $M.C.D.(15; 10) = 5$ .
- ▶ Completiamo la tabella e cerchiamo il grado minimo di ciascuna lettera:

TAB. 3	$15x^2y^3z$	$10xy^4$
Grado rispetto a x	2	1
Grado rispetto a y	3	4
Grado rispetto a z	1	0

- ▶ Quindi:  $M.C.D.(15x^2y^3z; 10xy^4) = 5xy^3$ .



ESERCIZI pag. 334



## Minimo comune multiplo

Consideriamo i due monomi  $3x^3y^4$  e  $4x^6y^5$ .

Diciamo che il monomio  $4x^6y^5$  è un multiplo del monomio  $3x^3y^4$ ; infatti la divisione tra  $4x^6y^5$  e  $3x^3y^4$  dà come quoziente un monomio. Ma  $4x^6y^5$  non è l'unico multiplo del monomio  $3x^3y^4$ ; sono monomi multipli di  $3x^3y^4$  anche  $5x^3y^4$ ,  $x^5y^6z^8$ , ...

I monomi multipli di un monomio assegnato non nullo sono infiniti.

Dati due o più monomi, vogliamo ora determinare il m.c.m. tra essi, seguendo regole analoghe a quelle che abbiamo studiato per i numeri naturali.

### Definizione

Si chiama **minimo comune multiplo** (m.c.m.) di due o più monomi, non nulli, il monomio di grado minimo che è multiplo dei monomi dati.

Per determinare il m.c.m. di due o più monomi si applica la regola seguente.

### Regola

- ▶ Se i coefficienti sono tutti numeri interi, il m.c.m. ha per coefficiente il m.c.m. dei loro valori assoluti.
- ▶ Se i coefficienti non sono tutti numeri interi, il m.c.m. ha per coefficiente +1.
- ▶ Se i monomi hanno segni diversi, il m.c.m. ha segno positivo.
- ▶ La parte letterale del m.c.m. è il prodotto di tutti i fattori letterali, comuni e non comuni ai monomi dati, presi una sola volta e con il massimo esponente con cui compaiono.

### ESEMPIO 1

Determiniamo il m.c.m. dei seguenti monomi:  $15x^2y^3z$ ;  $10xy^4$ .

- ▶ m.c.m.(15; 10) = 30.
- ▶ Completiamo la tabella e cerchiamo il grado massimo di ciascuna lettera:

TAB. 4	$15x^2y^3z$	$10xy^4$
Grado rispetto a x	2	1
Grado rispetto a y	3	4
Grado rispetto a z	1	0

- ▶ Quindi: m.c.m.( $15x^2y^3z$ ;  $10xy^4$ ) =  $30x^2y^4z$ .

### ESEMPIO 2

Determiniamo il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti monomi:  $+\frac{2}{5}x^4y$ ;  $-2x^2y^3$ .

- ▶ Poiché i due monomi hanno segni diversi, sia il M.C.D. sia il m.c.m. sono positivi.
- ▶ Poiché uno dei due monomi ha coefficiente frazionario, sia il M.C.D. sia il m.c.m. avranno coefficiente +1.
- ▶ Quindi:

- M.C.D.  $\left(+\frac{2}{5}x^4y; -2x^2y^3\right) = +1x^2y$

- m.c.m.  $\left(+\frac{2}{5}x^4y; -2x^2y^3\right) = +1x^4y^3$