

2 I monomi: definizioni e caratteristiche

ESERCIZI pag. 320



Definizione

Un **monomio** è un'espressione algebrica che si ottiene come prodotto di fattori numerici e letterali; gli esponenti delle lettere sono numeri naturali.

Un monomio può essere formato o da un solo numero, o da una sola lettera, o da un prodotto di lettere e numeri.

ESEMPI

Sono monomi:

$$5 \quad \frac{7}{3} \quad -4 \quad -a \quad b^2 \quad c^3 \quad ab^2 \quad 3ab \quad -3av^32u^4x \quad \frac{2}{3}abab \quad 3^2zt^3\frac{1}{3}z^2$$

Anche il numero 0 è un monomio; esso viene detto **monomio nullo**.

Dalla definizione data ci accorgiamo di alcune particolarità.

- ▶ Non sono monomi tutte le espressioni in cui compaiono addizioni e sottrazioni.

ESEMPIO

$3a + 4b$ non è un monomio, perché compare l'addizione.

- ▶ Non sono monomi tutte le espressioni in cui gli esponenti delle lettere non sono numeri naturali.

ESEMPI

1. $b^{-2}c$ non è un monomio, perché l'esponente di b è -2 .
2. $\frac{2}{a}$ non è un monomio, perché l'esponente di a è -1 .

Negli esempi che seguono, alcuni monomi contengono più fattori numerici, oppure una o più lettere compaiono più volte.

ESEMPI

1. Il monomio $-3av^32u^4x$ contiene due fattori numerici.
2. Nel monomio $\frac{2}{3}abab$ compaiono due volte le lettere a e b .
3. Nel monomio $3^2zt^3\frac{1}{3}z^2$ compaiono due fattori numerici e due volte la lettera z .

Applicando le proprietà commutativa e associativa della moltiplicazione, i tre monomi degli esempi possono essere riscritti come segue:

$$-3av^32u^4x = -6au^4v^3x \quad \frac{2}{3}abab = \frac{2}{3}a^2b^2 \quad 3^2zt^3\frac{1}{3}z^2 = 3t^3z^3$$

Siamo arrivati a scrivere tutti i monomi in **forma normale**.

Definizione

Un monomio è **ridotto a forma normale** se è espresso come prodotto di un solo fattore numerico e di potenze letterali con basi tutte diverse tra loro.

- ▶ Il fattore numerico si dice **coefficiente**.
- ▶ Le potenze letterali costituiscono la **parte letterale**.



OSSERVA

- Ogni numero è un monomio.
- Ogni lettera con esponente un numero naturale è un monomio.



OSSERVA

Per una più facile lettura è consuetudine scrivere le lettere che compaiono in un monomio in ordine alfabetico.

Se riprendiamo in esame alcuni dei monomi proposti, possiamo costruire la tabella seguente:

Monomio	Coefficiente	Parte letterale
$3ab$	3	ab
a^3b^3x	1	a^3b^3x
$\frac{2}{3}a^2b^2$	$\frac{2}{3}$	a^2b^2
$-6au^4v^3x$	-6	au^4v^3x
-4	-4	(non esiste)
$3t^3z^3$	3	t^3z^3



OSSERVA
Il coefficiente di un monomio è un numero reale.

Grado di un monomio

Per i monomi ridotti a forma normale valgono le definizioni seguenti.

Definizioni

Si chiama **grado di un monomio rispetto a una lettera** l'esponente con cui quella lettera compare nel monomio.

Si chiama **grado complessivo** (o semplicemente **grado**) di un monomio la somma degli esponenti delle lettere che compaiono nel monomio.



ATTENZIONE
Il monomio nullo non ha grado perché potrebbe avere grado qualunque. Infatti 0 , $0ab$, $0a^4b^5z$, ... sono tutti uguali al monomio nullo.

Nella **tabella 2** sono riportati i gradi dei monomi degli esempi precedenti rispetto a ciascuna lettera e i loro gradi complessivi.

	$3ab$	a^3b^3x	$\frac{2}{3}a^2b^2$	$-6au^4v^3x$	-4	$3t^3z^3$
Grado rispetto ad a	1	3	2	1	0	0
Grado rispetto a b	1	3	2	0	0	0
Grado rispetto a t	0	0	0	0	0	3
Grado rispetto a u	0	0	0	4	0	0
Grado rispetto a v	0	0	0	3	0	0
Grado rispetto a x	0	1	0	1	0	0
Grado rispetto a z	0	0	0	0	0	3
Grado complessivo	$1 + 1 = 2$	$3 + 3 + 1 = 7$	$2 + 2 = 4$	$1 + 4 + 3 + 1 = 9$	0	$3 + 3 = 6$

Osserviamo che:

- ▶ se una lettera compare senza esponente il suo grado è 1;
- ▶ se una lettera non compare nel monomio, il grado rispetto a quella lettera è 0;
- ▶ se un monomio non ha parte letterale, il suo grado complessivo è 0.

Monomi simili, uguali, opposti

Definizioni

Si dice che due monomi sono **simili** se hanno parte letterale uguale e differiscono, eventualmente, solo per i coefficienti.

ESEMPI

- $4x^2y$ e $-\frac{3}{5}x^2y$ sono due monomi simili.
- $2x^2y$ e $-5xy$ non sono monomi simili perché non hanno parte letterale uguale. La lettera x , infatti, ha grado 2 nel monomio $2x^2y$ e grado 1 nel monomio $-5xy$.

Si dice che due monomi sono **uguali** se sono simili e hanno lo stesso coefficiente.

ESEMPIO

$3^{-1}a^2b$ e $\frac{1}{3}ba^2$ sono monomi uguali.

Si dice che due monomi sono **opposti** se sono simili e i coefficienti sono numeri opposti.

ESEMPIO

$\frac{1}{5}xy^2$ e $-\frac{1}{5}xy^2$ sono monomi opposti.